

## ПРОГРАММА

вступительного экзамена по специальности в аспирантуру  
на направление подготовки 02.06.01  
*«Компьютерные и информационные науки»*  
*Профиль 1 «Вычислительная математика»*  
аспирантов очной формы обучения кафедры  
«Прикладной информатики и теории вероятностей»

## ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

### Введение

В основе настоящей программы лежит материал курсов: функциональный анализ, теория оптимизации, теория вероятностей, математическая статистика, вычислительная математика, математическое моделирование, численные методы. Программа разработана экспертным советом Высшей аттестационной комиссии Министерства образования Российской Федерации по управлению, вычислительной технике и информатике при участии МГУ им. М.В. Ломоносова.

### Раздел 1. Математические основы

1. *Элементы теории функций и функционального анализа.* Понятие меры и интеграла Лебега. Метрические и нормированные пространства. Пространства интегрируемых функций. Пространства Соболева. Линейные непрерывные функционалы. Теорема Хана-Банаха. Линейные операторы. Элементы спектральной теории. Дифференциальные и интегральные операторы.
2. *Экстремальные задачи. Выпуклый анализ.* Экстремальные задачи в евклидовых пространствах. Выпуклые задачи на минимум. Математическое программирование, линейное программирование, выпуклое программирование. Задачи на минимум. Основы вариационного исчисления. Задачи оптимального управления. Принцип максимума. Принцип динамического программирования.
3. *Теория вероятностей. Математическая статистика.* Аксиоматика теории вероятностей. Вероятность, условная вероятность. Независимость. Случайные величины и векторы. Элементы корреляционной теории случайных векторов. Элементы теории случайных процессов. Точечное и интервальное оценивание параметров распределения. Элементы теории проверки статистических гипотез. Элементы многомерного статистического анализа. Основные понятия теории статистических решений. Основы теории информации.

### Раздел 2. Информационные технологии

1. *Принятие решений.* Общая проблема решения. Функция потерь. Байесовский и минимаксный подходы. Метод последовательного принятия решения.
2. *Исследование операций и задачи искусственного интеллекта.* Экспертизы и неформальные процедуры. Автоматизация проектирования. Искусственный интеллект. Распознавание образов.

### Раздел 3. Компьютерные технологии

1. *Численные методы.* Интерполяция и аппроксимация функциональных зависимостей. Численное дифференцирование и интегрирование. Численные методы поиска экстремума. Вычислительные методы линейной алгебры.

Численные методы решения систем дифференциальных уравнений. Сплайн-аппроксимация, интерполяция, метод конечных элементов. Преобразования Фурье, Лапласа, Хаара и др. Численные методы вейвлет-анализа.

2. *Вычислительный эксперимент.* Принципы проведения вычислительного эксперимента. Модель, алгоритм, программа.
3. *Алгоритмические языки.* Представление о языках программирования высокого уровня. Пакеты прикладных программ.

#### **Раздел 4. Методы математического моделирования**

1. *Основные принципы математического моделирования.* Элементарные математические модели в механике, гидродинамике, электродинамике. Универсальность математических моделей. Методы построения математических моделей на основе фундаментальных законов природы. Вариационные принципы построения математических моделей
2. *Методы исследования математических моделей.* Устойчивость. Проверка адекватности математических моделей.
3. *Математические модели в научных исследованиях.* Математические модели в статистической механике, экономике, биологии. Методы математического моделирования измерительно-вычислительных систем.
4. *Задачи редукции к идеальному прибору.* Синтез выходного сигнала идеального прибора. Проверка адекватности модели измерения и адекватности результатов редукции.
5. *Модели динамических систем.* Особые точки. Бифуркации. Динамический хаос. Эргодичность и перемешивание. Понятие о самоорганизации. Диссипативные структуры. Режимы с обострением.

#### **Раздел 5. Функциональный анализ**

1. Гильбертовы пространства.
2. Необходимые сведения о матрицах и конечномерных пространствах.
3. Линейное пространство, нормированное линейное пространство.
4. Гильбертово пространство: аксиомы и примеры.
5. Распределения и их общие свойства.
6. Непрерывность функционалов, примеры распределений.
7. Распределения медленного роста и преобразования Фурье.
8. Пространство Шварца, распределения медленного роста, рост на бесконечности.
9. Пространства квадратично интегрируемых функций.
10. Сходимости в среднем, полнота систем функций.
11. Пространства квадратично интегрируемых функций на пространствах и областях.
12. Линейные операторы в гильбертовых пространствах.
13. Линейные операторы, сопряженность. Самосопряженные и унитарные операторы.
14. Интеграл Лебега.

#### **Раздел 6. Математическая физика, вариационные и численные методы**

1. Ортогональность и ортогональные ряды, подпространства. Энергетическое пространство.
2. Краевая задача и ее оператор.

3. Положительные и положительно определенные операторы.
4. Энергетический метод для положительно определенных операторов.
5. Теорема о функционале энергии.
6. Обобщенное решение задачи о минимуме функционала энергии.
7. Проблема собственных чисел. Задача о собственных числах, ее связь с задачами о собственных колебаниях и об устойчивости системы.
8. Собственные числа и собственные элементы симметричного оператора.
9. Процесс Бубнова-Галеркина. Описание процесса. Достаточный признак сходимости процесса Бубнова-Галеркина. Применение к обыкновенным дифференциальным уравнениям.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1]. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Функциональный анализ // М.: Наука, 1984.
- [2]. Васильев Ф.П. Численные методы решения экстремальных задач // М.: Наука, 1981.
- [3]. Боровков А.А. Теория вероятностей // М.: Наука, 1984.
- [4]. Боровков А.А. Математическая статистика // М.: Наука, 1984.
- [5]. Калиткин Н.Н. Численные методы // М.: Наука, 1978.
- [6]. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование // М.: Физматлит, 1997.
- [7]. Математическое моделирование // Под ред. А.Н. Тихонова, В.А. Садовниченко и др. М.: Изд-во МГУ, 1993.
- [8]. Лебедев В.В. Математическое моделирование социально-экономических процессов // М.: ИЗОГРАФ, 1997.
- [9]. Петров А.А., Поспелов И.Г., Шананин А.А. Опыт математического моделирования экономики // М.: Энергоатомиздат, 1996.
- [10]. Пытьев Ю.П. Методы математического моделирования измерительно-вычислительных систем // М.: Физматлит, 2002.
- [11]. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач // М.: Наука, 1979.
- [12]. Пытьев Ю.П. Математические методы анализа эксперимента // М.: Высш. школа, 1989.
- [13]. Чуличков А.И. Математические модели нелинейной динамики // М.: Физматлит, 2000.
- [12]. Демьянов В.Ф., Малоземов В.Н. Введение в минимакс // М.: Наука, 1972.
- [14]. Краснощеков П.С., Петров А.А. Принципы построения моделей // М.: Изд-во МГУ, 1984.
- [15]. Вентцель Е.С. Исследование операций // М.: Сов. радио, 1972.
- [16]. Рихтмайер Р. Принципы современной математической физики, т.1-4. // М., Мир, 1982.
- [17]. Михлин С.Г. Вариационные методы в математической физике // М., Наука, 1970.
- [18]. Михлин С.Г. Численная реализация вариационных методов // М., Наука, 1966.